

Ejercicios sobre Derivada (parte 1)

Problema 1. Sea $f(x) = \text{sen}(|x - 1|)$, $x \in \mathbb{R}$. En caso de que existan, calcular $f'(1)$, $f'(0)$ y $f'(2)$.

Problema 2. Sea $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ x \ln(x + 1) & \text{si } x > 0 \end{cases}$

En caso de que existan, calcular $f'(0)$ y $f'(1)$.

Problema 3. Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & \text{si } x \leq 0 \\ 3x + 4 & \text{si } 0 < x \leq 5 \\ 2x + 9 & \text{si } 5 < x \leq 10 \\ 1 & \text{si } x \geq 10 \end{cases}$

Encuentre el dominio de la función g , si $g(x) = f'(x)$.

Problema 4. Sea $f(x) = \text{sen}(\text{sen } x)$, $x \in \mathbb{R}$. Verifique que, para todo $x \in]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$,

$$f''(x) + f'(x) \tan x + f(x) \cos^2 x = 0.$$

Problema 5. Determine el(los) valor(es) de x para los cuales $f'(x) = 0$; $f''(x) = 0$; $f'(x) > 0$; $f''(x) < 0$, en los siguientes casos:

$$(5.1) \quad f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}.$$

$$(5.2) \quad f(x) = \frac{(2x)^3}{(x - 3)^2}.$$

$$(5.3) \quad f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ \frac{-1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right\}, \quad \mu \in \mathbb{R} \text{ y } \sigma > 0, \text{ constantes.}$$

Problema 6. Sea $f(x) = x^2 + ax + b$ y $g(x) = x^3 + cx$, $x \in \mathbb{R}$. Determine los valores de a , b y c para que se satisfagan las siguientes condiciones: $f(2) = g(2) = 2$; $f'(2) = g'(2)$.

Problema 7. Sea $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x}$, $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0\}$. Determine la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1, f'(1))$ y cuya pendiente es $\frac{-1}{f''(1)}$.