

Ejercicios sobre Derivada (parte 2)

Problema 1. Sea $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

1. Determine su dominio, ceros si existe, signo y paridad.
2. Analice el crecimiento de f y sus máximos y mínimos.
3. Analice la concavidad de f y sus puntos de inflexión.
4. Determine asíntotas (si existen) y bosqueje el gráfico de f .

Problema 2. Repita el análisis del problema 1 para las siguientes funciones:

1. $g(x) = \frac{8x^3}{(x - 3)^2}$.

2. $h(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$.

3. $l(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$.

4. $p(x)$, si $p'(x) = (x^2 - 2x)(x - 5)^2$.

Problema 3. Trace una curva suave, continua y derivable $y = f(x)$ que satisfaga las condiciones siguientes:

- $f(-2) = 8$, $f(0) = 4$, $f(2) = 0$.
- $f'(2) = f'(-2) = 0$, $f'(x) > 0$ para $|x| > 2$, $f'(x) < 0$ para $|x| < 2$.
- $f''(x) < 0$, para $x < 0$, $f''(x) > 0$, para $x > 0$.

Problema 4. Grafique una función dos veces derivable $y = f(x)$ con las siguientes propiedades:

x	y	Derivadas
$x < 2$		$y' < 0$, $y'' > 0$
2	1	$y' = 0$, $y'' > 0$
$2 < x < 4$		$y' > 0$, $y'' > 0$
4	4	$y' > 0$, $y'' = 0$
$4 < x < 6$		$y' > 0$, $y'' < 0$
6	7	$y' = 0$, $y'' < 0$
$x > 6$		$y' < 0$, $y'' < 0$

Problema 5. Grafique una función dos veces derivable $y = f(x)$ que pasa por los puntos $(-2, 2)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 2)$, cuyas dos primeras derivadas tienen los siguientes patrones de signo.

$$y' : \begin{array}{ccccccc} & + & & - & & + & & - \\ \hline & & -2 & & 0 & & 2 & \end{array}$$

$$y'' : \begin{array}{ccccccc} & - & & + & & - & \\ \hline & & -1 & & 1 & & \end{array}$$

Problema 6. Las gráficas de la figura 1 y 2 indican la posición $s = f(t)$ de un cuerpo que se desplaza hacia arriba y hacia abajo a lo largo de una recta coordenada. Se pide responder:

- (6.1) ¿En qué momento el cuerpo se aleja del origen? ¿En qué momento se aproxima al origen?
- (6.2) ¿Aproximadamente en qué momento la velocidad es igual a cero?
- (6.3) ¿Aproximadamente en qué momento la aceleración es igual a cero?
- (6.4) ¿En qué momento la aceleración es positiva? ¿Y cuándo es negativa?

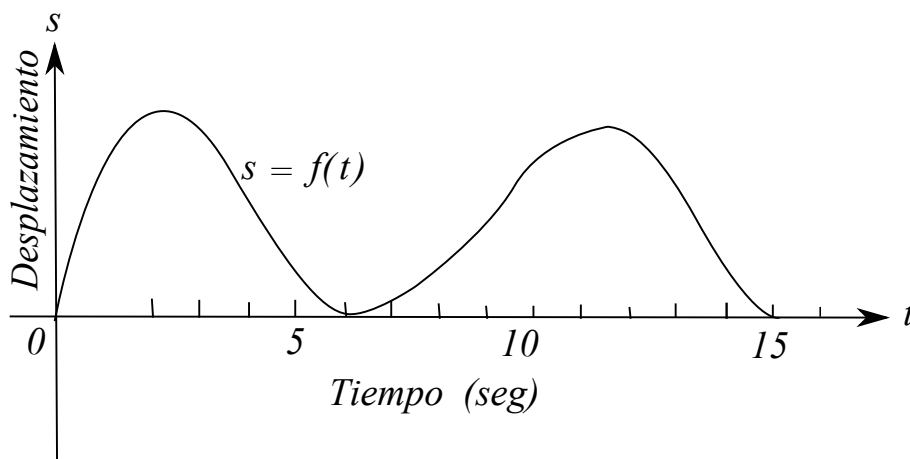


Figura 1:

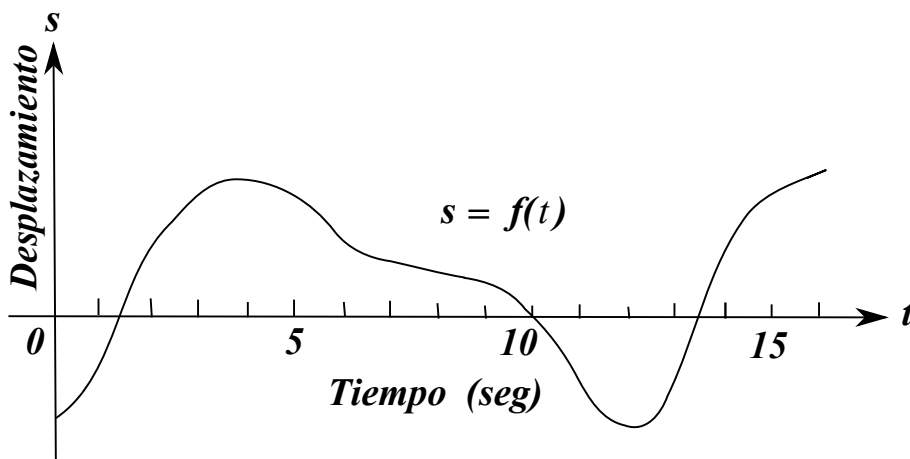


Figura 2: