

Guía para Números Reales

1. Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba desde la parte superior de un edificio de 128 [pies] de alto, con una velocidad inicial de 16 [pies/seg]. Si $h(t) = 128 + 16t + 16t^2$, es un modelo para la altura de la pelota sobre el nivel del piso, después de t segundos, entonces ¿durante que intervalo de tiempo la pelota estará por lo menos 32[pies] por arriba del nivel del suelo?
2. La gerencia de una empresa ha estimado que necesita x miles de dolares para adquirir una cantidad de $100000(-1 + \sqrt{1 + 0,001x})$ artículos. Determinar el dinero que necesita la empresa para adquirir un mínimo de 100000 artículos.
3. La fuerza gravitacional F ejercida por la tierra sobre un cuerpo de masa 100[kg] está dada por la ecuación:

$$F = \frac{4 \cdot 106}{d^2}$$

donde d es la distancia (en [km]) desde el cuerpo al centro de la tierra, y la fuerza F se mide en newton [N]. ¿En qué intervalo deberá encontrarse la distancia para que la fuerza gravitacional varíe entre 0,0004[N] y 0,01[N]?

4. Resuelva las siguientes inecuaciones.

a) $5x - 3 \geq 2x + 1$

b) $\frac{2}{6x - 5} < 0$

c) $3x^2 - x + 5 < 0$

d) $\frac{4}{x} + \frac{x-1}{5} < \frac{3}{x} + 1$

- e) $\frac{x+1}{x-4} > 3$
- f) $\frac{x+2}{2x^2-3x} < 0$
- g) $(x-2)(x+3) > x(x-1)$
- h) $-1 < \frac{3x+4}{x-7} < 1$
- i) $\frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+8} \leq -1$
- j) $\sqrt{x^2-3} \geq \sqrt{2x}$

5. Resuelva las siguientes ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto.

- a) $|x| + 3 = 7$
- b) $|x - 2| = 16$
- c) $3|x| + 2x = 10$
- d) $\left| \frac{5x+3}{x-1} \right| \geq 7$
- e) $5^{|x-1|} = 125$
- f) $x - |x+1| > 2$
- g) $|x+1| \leq |2+3x|$
- h) $|x^2 - |3+2x|| < 4$
- i) $4|x^2-1| + |x^2+4| \geq 6$
- j) $\frac{2-|2-x|}{x^2+4} < 0$
- k) $||x-1| + x| < 2$
- l) $|x+1| + 3 < |2x+6|$

6. Resuelva las siguientes inecuaciones:

- a) $x+2 < \sqrt{2x^2+5x-12}$
- b) $\sqrt{x^2-2x-1} < \sqrt{x^2+x+1}$

7. Determinar el conjunto de números reales que satisfacen la inecuación

$$\sqrt{|x-2|+4} - \sqrt{x-6} < 2.$$

8. Probar que la inecuación $|x-5| + |1-x| < 4$, no tiene solución.

9. Encuentre los valores de x para los cuales $\left| \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 5x + 6} \right| < 1$.
10. Sea A el conjunto solución de la inecuación $|x| \leq |x - 1|$, y sea B el conjunto solución de la inecuación $|4x - 2| > |x(1 - 2x)|$. Determine A y B , además encuentre $A \cup B$ y $A \cap B$.
11. Dos puntos α y β se mueven sobre un mismo eje real de modo que su posición está dada en cada instante t por:

$$x_\alpha = \frac{3t - 1}{t^2 + 1} \quad \text{y} \quad x_\beta = \frac{t^2}{t^2 + 1}.$$

Determinar el o los intervalos de tiempo para los cuales la distancia entre α y β es inferior a 5.

12. Encuentre los $x \in \mathbb{R}$ que satisfacen:

- a) $\frac{|x|}{|x + 2| + |x - 1|} < 1$
- b) $\frac{|x - 2|(x^2 - 3)}{(x^2 + 4)(x^2 + 2x + 1)} < 0$
- c) $\frac{4(x - 3)}{x^2 - 16} \leq \frac{5}{x + 4} + \frac{3}{x - 4}$

13. Encuentre los siguientes conjuntos:

- a) $\{x \in \mathbb{R} : ||4x - 16| - 4| = |8 - x|\}$
- b) $\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2 + 4x + 3} < \sqrt{2x}\}$
- c) $\{x \in \mathbb{R} : (x + 1)(2 - x) > 0\}$
- d) $\left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^8 + 2x^7 - 8x^6}{x^2 - 4x + 3} \right\}$
- e) $\{x \in \mathbb{R} : x^3 - 11x^2 + 10x < 10x^3 - 12x^2 + 82x\}$
- f) $\{m \in \mathbb{R} : mx^2 + (m - 1)x + (m - 1) < 0; \forall x \in \mathbb{R}\}$

14. Resuelva la siguiente inecuación:

$$\frac{|x - 2| + |2x + 11|}{(x - 2)|x + |x - 2||} < \frac{1}{2}$$

15. Encuentre el conjunto solución de la inecuación $|x^2 - 2x| + x|x + 3| \geq 3$.

16. Resolver

$$\frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x - 2} < 0$$

17. Considere el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} (8x - 35)^2 < (35 + 4x)(35 - 4x) \\ |6 - \frac{x}{3}| \geq 4 \end{cases}$$

- Hallar S , el conjunto solución del sistema.
- Hallar el conjunto de cotas inferiores y el conjunto de cotas superiores de S .
- Encuentre (si existen) ínfimo, supremo, mínimo, máximo, para el conjunto S .

18. Considere el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x} \\ ||x-3| - 1| \leq 3 \end{cases}$$

- Hallar S , el conjunto solución del sistema.
- Hallar el conjunto de cotas inferiores y el conjunto de cotas superiores de S .
- Encuentre (si existen) ínfimo, supremo, mínimo, máximo, para el conjunto S .

19. Considere el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{3}{x+3} - \frac{1}{x-1} \leq \frac{x+1}{x^2-1} \\ |x+2| \geq |1-3x| \end{cases}$$

- Hallar S , el conjunto solución del sistema.
- Hallar el conjunto de cotas inferiores y el conjunto de cotas superiores de S .
- Encuentre ínfimo y supremo de S .